

LOGARITMO

LOGARITMO de un número es el exponente al que se eleva otro número (llamado base) para obtener el número dado.

La logarítmica es la inversa de la exponencial:

Si $a > 0, x > 0$ y $a \neq 1$ tenemos que $\log_a x = y \leftrightarrow a^y = x$

Ejemplo: $4^3 = 64 \rightarrow \log_4 64 = 3$

1. Expresar en forma exponencial:

- A. $\log_2 32 = 5$
- B. $\log_3 9 = 2$
- C. $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$
- D. $\log_3 \frac{1}{81} = -4$

2. Expresar en forma logarítmica:

- A. $2^5 = 32$
- B. $13^2 = 169$
- C. $5^2 = 25$
- D. $10^2 = 100$

3. Hallar:

- a) $\log_2 16 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_5 25$
- b) $\log_{\sqrt{2}} 8 - \log_3 3$

SISTEMAS DE LOS LOGARÍTMOS

1. LOGARÍTMOS VULGARES O DECIMALES: Su base es 10:

$$\log_{10} x = \log x$$

COMPLETAR:

$$10^0 = 1 \leftrightarrow \log 1 = 0$$

$$10^1 =$$

$$10^2 =$$

$$10^3 =$$

$$10^4 =$$

$$10^5 =$$

$$10^{-1} =$$

$$10^{-2} =$$

$$10^{-3} =$$

$$10^{-4} =$$

$$10^{-5} =$$

NOTA: en este sistema los únicos números cuyos logaritmos son números enteros son las potencias de 10.

2. LOGARITMOS NATURALES O NEPERIANOS: Su base es la constante $e = 2.718281\dots$

$$\ln x = \log_e x$$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Para $a, m, n \in R^+$ se cumple:

$$\log_a(m * n) = \log_a m + \log_a n$$

$$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$$

$$\log_a m^n = n \log_a m$$

$$\log_a \sqrt[n]{m} = \frac{\log_a m}{n}$$

EJERCICIOS

EXPRESAR EN UN SOLO LOGARITMO

1. $\log_a 2 [\log_a x - \log_a (y + 1)]$
2. $\frac{1}{2} \log_a x - 3 \log_a y + 6 \log_a z$
3. $\frac{1}{2} [\log_a x - \log_a y - \frac{1}{2} \log_a z]$
4. $\log_3 3 + \log_3 10$
5. $\log_b y + 5 \log_b x$
6. $\frac{1}{5} (\log_a b - \log_a c)$
7. $\frac{1}{2} \log_b m + \frac{1}{2} [2 \log_b x - \log_b z]$

DESARROLLAR APlicando las PROPIEDADES

1. $\log_b a^2$
2. $\log_b \left(\frac{a}{b^2} \right)$
3. $\log_b \left(\frac{pq}{mt} \right)$
4. $\log_a x^{1/2}$
5. $\log_m \left(\frac{abc^{1/4}}{de^{-1/2}} \right)$

HALLAR EL VALOR DE X

1. $\log_4 x = \frac{3}{4}$
2. $\log_4 x = \frac{3}{2}$
3. $\log_4 64 = x$
4. $\log_2 \left(\frac{1}{64} \right) = x$
5. $\log_x 3 = 2$

Ejemplo: $3^{2x+1} = 7$

$$(2x + 1) \log 3 = \log 7$$

$$2x + 1 = \frac{\log 7}{\log 3}$$

$$x = \frac{\log 7}{2 \log 3} - \frac{1}{2}$$

$$\log_a x = \log_a y \leftrightarrow x = y$$

6. $3^{2x} = 7^{x+5}$
7. $2^x = 50$
8. $8^x = 2^3$
9. $10^{-2x} = 10$
10. $3^{2x+5} = 3^7$