ANTIDERIVADAS E INTEGRALES INDEFINIDAS

ANTIDERIVADA: *Una función F se llama antiderivada de una función f, en un intervalo I, si $F'(x) = f(x)$ para todo valor de x en I.*

Ejemplo:

Si F se define como: $F(x) = 4x^3 + x^2 + 5$ *Entonces* $f'(x) = 12x^2 + 2x$,

Luego al definir $f(x) = 12x^2 + 2x$, *se tiene que* $f(X)$ *es la derivada de* $F(x)$, *por lo tanto,* $F(x)$ *es la antiderivada de* $f(x)$.

Del mismo modo si $G(x) = 4x^3 + x^2 + 12$, *entonces* $G(x)$ *también es una antiderivada de* $f(x)$ *porque* $G'(x) = 12x^2 + 2x$

Es posible encontrar varias funciones que son primitivas de la función $f(x)$, *de tal forma que al derivarlas se obtiene* $f(x)$. *La forma general de todas las antiderivadas de* $f(x)$ *es* $F(x) + C$, *siendo* C *una constante.*

INTEGRAL INDEFINIDA: *La antiderivación es el proceso mediante el cual es posible obtener el conjunto de todas las antiderivadas de una función dada.*

Al conjunto de todas las antiderivadas de $f(x)$ *se le denomina INTEGRAL INDEFINIDA de* $f(x)$ *y se simboliza* $\int f(x)dx = F(x) + C$

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL INDEFINIDA

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ si\ n \neq -1$$

$$\int dx = x$$

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

Ejemplos: 1. $\int 2x^3\,dx = 2\int x^3\,dx = 2\int \frac{x^{3+1}}{3+1} + C = \frac{2x^4}{4} + C = \frac{x^4}{2} + C$

2. $\int \frac{1}{x^2}\,dx = \int x^{-2}\,dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C = \frac{x^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)dx$$

Ejemplo: $\int (3x+5)\,dx = \int 3x\,dx + \int 5\,dx$

$$= 3\int x\,dx + 5\int dx$$

$$= \frac{3x^{1+1}}{1+1} + 5x + C = \frac{3x^2}{2} + 5x + C$$

EJERCICIOS

1. $\int (3X+5)dx$
2. $\int (5x^4-8x^3+9x^2-2x+7)\ dx$
3. $\int \sqrt{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)\ dx$
4. $\int \frac{5t^2+7}{t^{4/3}}$ dt
5. $\int \frac{1}{x^3}dx$
6. $\int 5u^{3/2}\ du$
7. $\int x^4(5-x^2)dx$
8. $\int (3sen\,t-2cost)\ dt$
9. $\int \frac{sen\,x}{cos^2x}dx$
10. $\int (2cot^2\theta-3tan^2\theta)d\theta$
11. $\int (tan^2x+cot^2x+4)\ dx$
12. $\int \frac{2cotx-3sen^2x}{sen\,x}dx$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Las identidades trigonométricas se utilizan a menudo cuando se calculan antiderivadas ben las que intervienen funciones trigonométricas. Las identidades fundamentales son:

$$sen\,x=\frac{1}{csc\,x}\qquad cos\,x=\frac{1}{sec\,x}\qquad tan\,x=\frac{1}{cot\,x}$$

$$tan\,x=\frac{sen\,x}{cos\,x}\qquad cot\,x=\frac{cos\,x}{sen\,x}$$

$$sen^2+cos^2=1$$

$$tan^2x+1=\ sec^2x$$

$$cot^2x+1=csc^2$$