

INSTITUTO TECNICO INDUSTRIAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

SUCESIONES Y PROGRESIONES

Una **sucesión (o secuencia)** es una función cuyo dominio es el conjunto de los enteros positivos. Ejemplo: Si $f(n) = \frac{n}{2n+1}$ entonces $f(1) = \frac{1}{3}$, $f(2) = \frac{2}{5}$, $f(3) = \frac{3}{7}$ y así sucesivamente.

1. Hallar los 4 primeros términos de la sucesión determinar si es monótona:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{n+1}{2n-1} & \text{b) } \frac{n!}{3^n} \\ \text{c) } \frac{2^n}{n!} & \text{d) } \frac{2n!}{5^n} \end{array}$$

2. Hallar el término general de las siguientes sucesiones:

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

c) $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \dots$

d) 9, 6, 3, 0, -3

3. Evaluar las sumatorias:

a) $\sum_{n=2}^5 3^{n-1}$

b) $\sum_{n=1}^6 \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots$

c) $\sum_{n=1}^5 \frac{2n-1}{2n}$

d) $\sum_{n=1}^6 \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Progresión aritmética: Sucesión en la cual cada término, excepto el primero, se obtiene de sumar al término anterior el mismo número real (constante).

Ejemplo: Dada la progresión aritmética : 9,6,3,0,-3,... hallar el 20º. Término.

Se halla sumándole al primer término el producto del número de términos menos 1, por la diferencia común, así:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{20} = 9 + (20 - 1)(-3) = -48$$

4. Hallar el término que indica cada una las siguientes progresiones aritméticas:

a) 2, 6, 10,14,... término 15º.

b) 3, 2.7, 2.4, 2.1, ... término 10º.

c) -6, -4.5, -3,-1.5,...término 12

Los MEDIOS ARITMÉTICOS son los términos de una progresión aritmética que se hallan entre el primero y el último término de la progresión. Así: en la progresión: 3,5,7,9,11 son medios aritméticos: 5,7,9.

INTERPOLACIÓN: Interpolar medios aritméticos entre dos números dados es formar una progresión aritmética cuyos extremos sean los números dados.

Ejemplo: Interpolar 6 medios aritméticos entre 2 y 44.

$$a_1 = 2, a_8 = 44 \text{ y } n = 8$$

Como $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$44 = 2 + (8 - 1)d$$

$$d = 6$$

5. Interpolar:

a) 4 medios aritméticos entre 1 y 3

b) 7 medios aritméticos entre 19 y -5

c) 5 medios aritméticos entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{8}$

SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UN PROGRESIÓN: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Ejemplo: Hallar la suma de los 12 primeros términos de la progresión: 7, 13, 19,... Primero se halla el término 12º. Y luego aplicamos $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Respuesta= 480 .Compruebe

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA: Una sucesión es una progresión geométrica si todo elemento, después del primero, se puede obtener multiplicando el elemento que le precede por una constante.. Al número r se le denomina razón común asociada a la sucesión.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r, \text{ para todo } n > 0$$

El término n-ésimo de una progresión geométrica viene dado por: $a_n = a_1 r^{n-1}$

Ejemplo: La progresión: 1, 3, 9, 27 donde

$$a_n = 1 * 3^{n-1}$$

- Hallar los tres primeros términos de la progresión geométrica: 1er. Término es 3 y la razón es -1/2.

$$a_1 = 3, \quad r = -\frac{1}{2} \text{ y } n = 5$$

- Determinar la suma de los 8 primeros términos de la progresión geométrica: 1, 3, 9, 27,...

$$a_1=1, r=3, n=8$$

$$\text{Reemplazando en: } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} = 3.208$$

6. Calcular el número racional que corresponde al número decimal periódico

a) $2,\hat{3}$ b) $2,\hat{7}$

7. Hallar:

a) La suma de todos los enteros positivos menores que 100.

b) La suma de todos los enteros positivos menores que 50.

8. Resolver:

a) Un montón de troncos tiene 24 de ellos en la primera fila, 23 en la segunda, 22 en la tercera y así sucesivamente. Si la última capa contiene 10 troncos. Cuántos troncos hay en total?

b) En un teatro hay en la primera fila 20 asientos y 3 más en cada una de las filas restantes. Cuántos asientos hay en las primeras 9 filas?

c) Un niño hace una pirámide con los cubos que tiene, de tal forma que cada capa tiene un cubo menos que la anterior. Cuántos cubos forman la pirámide si en la base hay 6 cubos?

9. Hallar la suma de los 8 primeros términos de las potencias de 3.

10. Encuentre la suma de los 5 primeros términos de las potencias de 4.