

TEMA: LÍMITES 3

DOCENTE: ESTHER BLANCO

LÍMITES TRIGONOMÉTRICOS

Los límites de las funciones trigonométricas se pueden calcular por sustitución directa, si la función está definida para el valor que se quiere encontrar el límite. Así:

$\lim_{x \rightarrow a} \text{sen } x = \text{sen } a$	$\lim_{x \rightarrow a} \text{cos } x = \text{cos } a$
$\lim_{x \rightarrow a} \text{tan } x = \text{tan } a$	$\lim_{x \rightarrow a} \text{cot } x = \text{cot } a$
$\lim_{x \rightarrow a} \text{sec } x = \text{sec } a$	$\lim_{x \rightarrow a} \text{csc } x = \text{csc } a$

EJEMPLO:

$$1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} 3 \cos x = 3 \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

LÍMITES TRIGONOMÉTRICOS ESPECIALES

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos } x}{x} = 0$
--	--

EJEMPLO: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 3x}{\text{sen } 5x} = \frac{3 \left(\frac{\text{sen } 3x}{3x} \right)}{5 \left(\frac{\text{sen } 5x}{5x} \right)} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{3}{5}$

EJERCICIOS

1. Calcular los siguientes límites trigonométricos:

- $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\text{tan } x}{\text{sen } x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 4x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos } x}{5x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tan } x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 3x + 1 - \text{cos } 2x}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos}^2 x}{4x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x}{\text{tan } x}$

2. Hallar cada uno de los siguientes límites si es posible:

- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - 20}{x^2 + 2x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1}$

- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x-2}$
- $\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{b}}{x-b}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x}{x^2 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 2}{\sqrt{3x^2 + 2}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{2x+1} - \frac{x^3}{x^2+1} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 3} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4x - \sqrt{16x^2 + 2} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^2}{3 + x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x^2-4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3+x^2}}{x}$

3. Calcular los límites para las siguientes funciones definidas como:

$$a) f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0 \\ 2x - 2, & x > 0 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 0 \\ -3, & x \geq 0 \end{cases}$$

4. Graficar y determinar si la función es continua o discontinua en el punto dado

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 < x \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{si } x < 3 \\ 5 & \text{si } x = 3 \\ 9 - x^2 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$