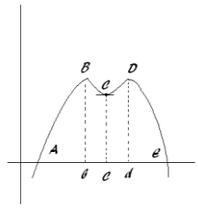
APLICACIONES DE LA DERIVADA: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Una función Y=f(x) es <u>CRECIENTE</u> si a medida que crece X, también lo hace Y. <u>DECRECIENTE</u> si al crecer la X disminuye Y. CONSTANTE si al crecer X, Y no presenta variación alguna (permanece constante)



En la gráfica y=f(x), la función es creciente de A a B y de C a D. Es decreciente de B a C y de D a E. Es constante en B,C,D

- **En cualquier punto entre B y C (o entre D y E) la inclinación de su recta tangente es negativa, formando un ángulo obtuso con la horizontal, es decir el valor de su derivada f'(x) < 0**
- **Para valores de X en donde f'(x) > 0, la función f(x) es creciente. Para los valores de X en que f'(x) < 0 la función es decreciente.**
- **Si x = b, x = c, x = d, la función no es creciente ni decreciente, ya que f'(x) = 0. Estos valores de X se denominan Puntos críticos de la función .**

<u>CRITERIO DE LA PRIMERA DERIVADA PARA MÁXIMOS Y MÍNIMOS</u>

- **Sea f una función continua en un intervalo (a,b), donde c∈(a,b) y cuya derivada existe en (a,b), excepto posiblemente en x=c**
  1. **Decimos que f tiene un MÁXIMO RELATIVO en x = c, si antes de c, la función es creciente y después de c la función es decreciente.**
  2. **Decimos que f tiene un MÍNIMO RELATIVO EN X = C, si antes de c la función es decreciente y después de c la función es creciente.**

<u>CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA</u>

A. CONCAVIDAD Y PUNTOS DE INFLEXION:

El criterio para determinar la concavidad de la gráfica de una función lo da la segunda derivada:

- **Si f''(x) > 0 la curva es cóncava hacia arriba.**
- **Si f''(x) < 0 la curva es cóncava hacia abajo.**
- **Si f''(x) = 0 entonces en x = c, de una curva, es un punto de inflexión (punto donde hay cambio de concavidad)**

B. MAXIMOS Y MINIMOS RELATIVOS

Si c es un punto crítico de la función y = f(x), esto es f'(c) = 0 y si f''(x) existe entonces:

- **Si f''(x) > 0, entonces f tiene un mínimo relativo en c.**
- **Si f''(x) < 0, entonces f tiene un máximo relativo en c.**
- **Un punto crítico puede ser un punto de inflexión, un máximo o un mínimo.**

<u>EJERCICIOS</u>

1. **Dada función $f(x) = x^3/3 - x^2/2 - 6x + 100$ entonces**
   f'(x) =_____
   f'(x) = 0 entonces: _____
   Los puntos críticos de la función son:_____
   En qué intervalos la función es creciente?_____ y decreciente?_____
   F''(x)=_____; f''(x) = 0 _____
   Puntos de inflexión:_____
   Concavidad:
   Graficar
2. **Hallar puntos críticos, concavidad, máximos y mínimos de las siguientes funciones y trazar la gráfica:**
   a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$
   b) $y = (1 - 2x)^3$
   c) $f(x) = x^4 + 4/3\, x^3 - 4x^2$
   d) $f(x) = 1/3x^{-⅔}$