INSTITUTO TÉCNICO INDUSTRIAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

CÁLCULO DIFERENCIAL - GUÍA No. 9

TEMA: LÍMITES (2)

DOCENTE: ESTHER BLANCO

LÍMITES INFINITOS Sea f una función definida en todo número de algún intervalo abierto I que contenga a, excepto, posiblemente, en el número a mismo. **Cuando x tiende a "a", f(x) crece sin límite lo cual se escribe como $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$**

$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2} = \infty$, podemos hacer $\frac{1}{x^2}$ tan grande como deseemos, escogiendo un x suficientemente cercano a 0. Ejemplo: $\lim_{x\to 3^+}\frac{2}{x-3} = \infty$; $\lim_{x\to 3^-}\frac{2}{x-3} = -\infty$

LÍMITES EN EL INFINITO Sea f una función definida en todos los números de algún intervalo (a, ∞) tenemos $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$

Sea f una función definida en todos los números de algún intervalo $(-\infty, a)$ tenemos $\lim_{x\to -\infty} f(x) = L$

Para evaluar los límites en el infinito es importante tener en cuenta el Teorema: Si r es un entero positivo, entonces: $\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x^r} = 0$ y $\lim_{x\to -\infty}\frac{1}{x^r} = 0$

Ejemplo: Determinar $\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2-x}{4x^3-1}$, dividimos el numerador y el denominador entre la potencia más alta, en este caso x^3,

así tenemos: $\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2-x}{4x^3-1} = \lim_{x\to -\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^3}-\frac{x}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to -\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}{4-\frac{1}{x^3}} = \frac{2.0-0}{4-0} = 0$

CONTINUIDAD DE UNA FUNCION EN UN NÚMERO

Una función f es continua en a si cumple:

i) F(a) existe
ii) $\lim_{x\to a} f(x)$ existe
iii) $\lim_{x\to a} f(x)$ = f(a)

CALCULAR:

1. $\lim_{X\to\infty}\left(\frac{3x^2-x-2}{5x^2+4x+1}\right)$
2. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{5x-2}\right)$
3. $\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2+7}{4-5x}$
4. $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2-2x+1}{3x^2+8x+5}$
5. $\lim_{x\to\infty}\frac{x+4}{3x^3-5}$
6. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x}{x+1}$
7. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2x+5}{7x^3+x+3}$
8. $\lim_{y\to -\infty}\frac{4y^3+8}{8y^3+2y-1}$
9. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-4}{5x-1}$
10. $\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{x^2-4}$
11. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+4}}{x+4}$
12. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x+1}$
13. $\lim_{h\to\infty}\frac{\sqrt{h+1}-1}{h}$
14. $\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2+x+2}{x^2-2x-2}$
15. $\lim_{x\to 2^+}\frac{1}{x-2}$
16. $\lim_{x\to 2^-}\frac{1}{x+2}$
17. $\lim_{x\to 3}\frac{5}{(x-3)^3}$
18. Graficar y determinar si la función es continua o discontinua en el punto dado:

a) $F(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & si\ x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & si\ x = 4 \end{cases}$

b) $F(x) = \begin{cases} 2 & si\ x = 4 \\ \frac{x^2-3x-4}{x-4} & si\ x \neq 4 \end{cases}$

c) $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & si\ x \neq 0 \\ 1 & si\ x = 0 \end{cases}$

d) $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & si\ x \neq 2 \\ 3 & si\ x = 2 \end{cases}$

e) $F(x) = \begin{cases} 2x+3 & si\ x \neq 1 \\ 2 & si\ x = 1 \end{cases}$